COMPTE RENDU
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 DÉCEMBRE 1860.
PRÉSIDENCE DE M. CHASLES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

La Commission centrale administrative transmet une Lettre de *M. le Ministre d'État* qui, ayant aujourd'hui dans ses attributions, en vertu du décret du 5 courant, le service de l'Institut, fait savoir que c'est à lui que devront être dorénavant adressées, par la Commission centrale, les pièces relatives à l'administration, et par MM. les Secrétaires perpétuels les communications officielles concernant chaque Académie.

MÉTÉOROLOGIE. — *Suite de la coordination des observations faites sur le Rhône au pont Morand, à Lyon, pendant la période de 1826 à 1855; par* **M. J. Fournet.**

« Après avoir fait connaître, d'une façon brute, divers résultats déduits des observations fluviométriques du Rhône, et les oscillations qu'elles indiquent, je devais aussi donner, au sujet de celles-ci, quelques explications basées sur la partie positive de la météorologie actuelle. J'aborde ce nouveau sujet, en observant que le fleuve jouit de propriétés qui n'appartiennent pas indifféremment à tous les autres. Il les doit, en grande partie, à la structure de son bassin, dans lequel sont rassemblées d'abord des plaines ou des régions suffisamment basses pour devoir être considérées comme

telles, puis une quantité de montagnes dont l'altitude atteint 1000 mètres environ. Le Jura méridional, le chaînon du Mont-du-Chat et de la Grande-Chartreuse, une partie du Chablais, du Faucigny, des Bauges, et, en un mot, la plupart des contre-forts alpins rentrent dans cette catégorie. Viennent ensuite les Alpes, avec leurs neiges dites éternelles, bien qu'elles soient dans un état de fusion permanente, très-faible en hiver, intense en été.

» Ceci posé, on imaginera sans peine que le régime du Rhône doit être passablement complexe, car dans la saison chaude il sera alimenté d'une façon à peu près constante par le dégel des neiges emmagasinées dans le vaste réservoir alpin. De là découlent les eaux qui lui donneront, durant l'été, un régime analogue à celui d'un fleuve boréal. Les rigueurs de l'hiver le feront participer également à l'étiage général de ceux de la zone froide; mais les grandes pluies automnales, les fontes des neiges au printemps, lui transmettront, avec l'exubérance de leurs produits, les propriétés d'un cours d'eau des régions tempérées. Cependant la persistance des gelées sur les hauts plateaux introduira entre ses allures sensiblement normales de l'été et de l'hiver certaines inégalités transitoires et notablement différentes de celles des rivières dont les bassins sont dépourvus de ces grandes saillies montagneuses. En cela, par exemple, l'accord du Rhône et de la Seine ne sera point aussi parfait que l'est celui qui existe entre le fleuve et la Saône. En effet, la vallée de celle-ci est dominée non-seulement par une partie des chaînons jurassiques, mais encore par d'autres protubérances également imposantes de nos sommités occidentales et vosgiennes. Les neiges semées en hiver sur ces culminances, résistant jusqu'en mars et avril, ainsi que l'a observé M. Lortet, dans son Rapport fait à la Commission hydrométrique en 1844, il est naturel que les débits de notre rivière surpassent de beaucoup la quantité d'eau tombée durant ces mois dans le périmètre de son domaine. Or, le Rhône étant garni de massifs d'un ordre égal, doit par cela même être assujetti à des oscillations correspondant à celles du plus beau de ses affluents.

» Telles sont les idées que l'on peut se faire tout d'abord d'après la connaissance de la structure de l'espace rhodanien placé en tête de Lyon. Mais la météorologie est aussi en droit de revendiquer une part plus intime dans les phénomènes. Elle fait ressortir certaines vicissitudes thermiques qui, sans avoir un caractère de généralité comparable à celles dont se composent l'hiver et l'été, n'en sont pas moins très-réelles, très-régulières. J'ai

déjà insisté sur ces dernières, en 1856 (*Annales de la Société Météorologique de France*). Partant des moyennes diurnes déduites de dix années d'observations thermométriques faites à l'Observatoire de Paris, j'établissais dès lors l'existence d'un assez grand nombre de périodes chaudes ou froides qui subdivisent les diverses saisons. Leur existence se trouvant confirmée par une série d'observations fluviométriques ou autres dont j'ai rendu compte dans plusieurs occasions, je pris le parti de donner à mes calculs une plus grande authenticité en les portant sur vingt années, et les nouvelles moyennes n'introduisant aucune modification grave dans mes déductions antérieures, je me crois parfaitement autorisé à ne pas faire abnégation de mes idées. Cependant il me faut ajouter que si j'ai accordé à Paris la préférence sur Lyon, c'est que je suis depuis longtemps imbu du principe de la grande extension qu'acquièrent la plupart des effets météorologiques. Il fait, en particulier, plus chaud et plus froid dans cette ville, à peu près en même temps que sur la majeure partie de la France, et à mon point de vue, quelques degrés de plus ou de moins ne sont pas des valeurs suffisantes pour motiver le choix d'une autre station. J'avais, en outre, l'avantage de trouver, dans les tableaux de Paris, des moyennes plus précises que partout ailleurs, à cause de la quantité des observations thermométriques qui y sont effectuées chaque jour. Au surplus, dans le moment actuel, nous n'avons pas encore à Lyon les vingt années qui me paraissent nécessaires pour atteindre le degré d'exactitude convenable. Et si, malgré mes précautions, les météorologistes me reprochaient de m'être appuyé sur les données du thermomètre, et non sur les résumés pluviométriques, il me serait facile d'expliquer que la pluie est un effet plus local qu'une modification de la température. Elle n'en est même que la conséquence, en ce sens que pendant les saisons tièdes ou chaudes les refroidissements sont généralement des causes de pluie, en supposant qu'ils ne soient pas provoqués par les pluies. J'ajouterais en sus que, durant l'été, plus le thermomètre approche du maximum, plus aussi la liquéfaction des glaciers s'accélère; que s'il tombe alors sur les Alpes quelques neiges, leur durée est tellement éphémère, que l'accord n'est nullement troublé. D'un autre côté, on comprendra sans peine que dans les saisons froides une recrudescence frigorifique modère ou suspend complétement le cours d'une foule de petits affluents; et qu'enfin, à ces époques, un adoucissement de la température peut se trouver d'ordinaire accompagné de la résolution en eau des neiges entassées sur les régions basses. Ce n'est donc pas sans avoir mûrement pesé la

portée de cette hiérarchie et de ces concordances, si multipliées, que je me suis attaché à perfectionner mes anciennes Tables.

« Les nombres qu'elles fournissent, étant traduits en forme de courbe, donnent une sinusoïde, sorte de moyenne générale autour de laquelle on voit osciller de grandes inégalités indiquant les périodes thermiques qui subdivisent les mois et les saisons. Au milieu de ces fluctuations, se distribuent encore de petites saccades par lesquelles se décèlent des variations quotidiennes. Elles sont moins importantes que les précédentes dans l'état actuel de la science; mais le temps viendra où il s'agira d'apprécier également la raison, aujourd'hui mystérieuse, de leur existence.

» Cette courbe, rapprochée de celle qui est fournie par les moyennes fluviométriques, met aussitôt en évidence un synchronisme vraiment frappant. Il suffit de faire la part de quelques retards qui doivent se manifester chez le Rhône, et dont on concevra sans peine la raison, attendu que les surcharges fournies par les affluents d'un cours d'eau si étendu ne peuvent pas toujours arriver à Lyon avec la même instantanéité qu'un abaissement de la température. Outre cela, il convient de tenir compte de l'action régulatrice exercée sur le fleuve par le lac de Genève; mais laissant de côté ces insignifiantes différences, je passe à la discussion de détails plus essentiels.

» D'abord, durant les plus grands froids de la fin de décembre et de la première décade de janvier, le Rhône, n'obéissant que très-faiblement à l'action de la chaleur, se maintient fort bas, quand même la colonne thermométrique s'allonge sensiblement. Le motif de cette anomalie se déduit de l'intensité des froids de la région alpine et subalpine. Elle est telle, que les élévations de la température n'y arrivent point au degré convenable pour provoquer la fonte des neiges, et pourtant l'examen attentif des plis de la courbe fluviométrique fait découvrir de petits ressauts qui, correspondant à des augmentations du débit, indiquent sans doute l'apport des plaines durant les vissicitudes de cette phase. Ainsi donc l'anomalie est purement apparente.

» En second lieu, depuis la fin de mai jusqu'à l'approche de celle de septembre, les allures du Rhône sont beaucoup moins saccadées que celles du thermomètre, les oscillations étant d'ailleurs toujours concordantes. Alors l'épuisement successif de la masse glaciaire s'harmoniant avec le progrès de la chaleur, tout se pondère de façon que le fleuve, uniformément alimenté, roule habituellement ses ondes avec la majestueuse placidité qui est le plus bel attribut de la puissance.

» Viennent ensuite les réfrigérations accélérées d'octobre et de novembre. Elles peuvent affecter les glaciers; mais le sol encore chaud met en fusion une partie des neiges nouvelles; mais les vents tièdes activent cette fonte; mais les averses compensent largement le déficit occasionné par les gelées, et le Rhône conserve l'importance de son débit estival au milieu des exaspérations occasionnées par les fantaisies désordonnées de cette arrière-saison.

» Enfin, à partir du 20 décembre, le rude hiver met fin à ces crises, en arrêtant l'arrivée des tributs. Alors survient cet étiage prolongé jusqu'en avril, ce régime appauvri, si différent de celui de l'été, et dont j'ai fait ressortir tout à l'heure le principal accident.

» J'ai parlé de coordinations par périodes décennales. Elles aboutissent à ne pas faire admettre pour le Rhône la décroissance admise à l'égard des fleuves de l'Allemagne, résultat à la fois important et tranquillisant pour nous.

» En outre, chacune de ces périodes a montré des caractères spéciaux. Les différences sont surtout palpables à l'égard de la phase si agitée de 1846 à 1855. Cependant ses principales crises coïncidant encore avec les moyennes des trente années, on serait presque en droit de conclure que dix années suffisent pour donner très-approximativement une idée du régime d'un fleuve. Au surplus, leurs amplitudes étant variables d'une année à l'autre, on conçoit que les indications du fluviomètre peuvent les caractériser aussi bien que les résultats du thermomètre, du baromètre, du pluviomètre, ou de tout autre instrument employé dans les observatoires. C'est en cela surtout qu'avec mes tendances spéciales, je vois un grand intérêt dans les observations faites sur les grands cours d'eau. Résumant en eux, et chacun à sa façon, les divers phénomènes météorologiques qui se développent sur la surface plus ou moins accidentée qu'ils occupent, ils constituent un trait d'union entre la météorologie et l'orographie. Dans une précédente occasion (*Comptes rendus*, 1855), j'ai déjà fait ressortir cette vérité à l'égard des extravagants débordements de la Saône, et j'aurai encore de prochaines occasions de revenir sur ce sujet. En ce moment il suffit de faire remarquer que, en vertu de la forme des récipients, les pluies les plus soutenues peuvent ne produire que d'exigus effets, tout comme, avec une organisation différente, une simple averse d'orage amène quelque chose d'analogue aux atroces *gardonnades* de la Lozère.

» Cherchant d'ailleurs à faire excuser la témérité dont je puis sembler

avoir donné la preuve par ma tentative de raccordement des températures d'une station quelconque, telle que Paris, avec les allures du Rhône, j'admets que l'entreprise doit sembler hardie. Cependant on voudra bien observer aussi que les sujets de coordination non moins grandioses qui me sont à chaque instant offerts par la géologie, m'ont familiarisé avec de prétendues excentricités, au point de me porter à ne pas abandonner mes recherches dès qu'une idée me paraît susceptible d'être admise.

» Je termine enfin en repoussant loin de moi tout soupçon de tendance à l'organisation d'un système de prédiction. J'ai simplement pensé qu'une partie assez nombreuse du public est intéressée à savoir qu'il faut s'attendre à un grand étiage à certaines dates, que l'on a de fortes chances en faveur d'un régime moyen à d'autres époques, tout comme enfin des crues intenses peuvent survenir durant une semaine donnée. Et n'ayant pas de plus amples prétentions que celle d'avoir mis en évidence ces probabilités, je me regarde comme parfaitement en dehors de la catégorie de ceux qui s'adonnent aux prophéties, sans avoir égard à l'exiguïté des bases actuelles de la météorologie. »

ASTRONOMIE. — *Étoiles doubles; Lettre du* **P. SECCHI** *accompagnant l'envoi d'un Catalogue, extrait des* Mémoires de l'Observatoire du Collége Romain.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie le Catalogue des étoiles doubles que je viens de publier. Ce travail, fruit de cinq années d'observations, contient les mesures de 1321 étoiles doubles et multiples faites avec la grande lunette de Merz, et comparées avec les mesures antérieures de Struve, de Maedler, et des autres astronomes pour en découvrir les mouvements. L'ouvrage fait partie des Mémoires de l'Observatoire du Collége Romain (1); mais pour la commodité des astronomes, j'en ai fait tirer des exemplaires à part, et c'est un de ceux-ci que je présente aujourd'hui à l'Académie. Comme autrefois je l'ai entretenue sur ce sujet, je ne dirai rien

(1) Le volume des Mémoires de 1859 étant sur le point d'être complété ou environ 28 feuilles d'impression, je prie Messieurs les Académiciens qui en auraient des copies incomplètes de me faire parvenir la liste des numéros qu'ils possèdent pour leur compléter le volume.

davantage cette fois et me contenterai de rappeler quelques conclusions intéressantes qui résultent de cette grande révision formée d'environ 7600 observations complètes des systèmes stellaires.

» Il en résulte : 1°. Que le nombre des étoiles dans lesquelles on a constaté un mouvement sûr dans les premiers quatre ordres de Struve, est au nombre total des étoiles observées dans le rapport suivant :

Ordre	1er,	étoiles en mouvement,	à toutes les étoiles observées	:: 1 : 2
»	2e	»	»	:: 1 : 3
»	3e	»	»	:: 1 : 6
»	4e	»	»	:: 1 : 12

» Notre revue dans ces quatre ordres embrasse toutes les *Lucidæ*, et une très-grande partie des *Reliquæ* des *Mensuræ* de Struve. Elle embrasse encore un grand nombre d'étoiles des catalogues de Pulkowa, et de Herschel au cap de Bonne-Espérance, de Smith, etc.

» 2°. Comme il est très-intéressant de fixer l'attention des astronomes sur les étoiles dans lesquelles le mouvement est constaté, pour en perfectionner les observations, et de ne pas les laisser perdre leur temps à mesurer des objets fixes, j'ai fait, à la fin du Catalogue, un résumé des étoiles mesurées, en les qualifiant selon les classes de mouvement *certain*, *douteux* ou *nul*. Je ne donnerai ici que la statistique des étoiles de mouvement certain, selon les numéros de Struve :

Ordre premier.

L. nos 2 13 73 205 216 257 333 412 460 511 1356 1457
1670 1728 1819 1937 1938 1967 2055 2084 2215 1315 2438 2509
2574 2729 3062.

R. 234 236 278 840 1426 1457 1663 2402.

Ordre second.

L. nos 113 138 186 228 262 305 314 400 408 535 566 577
945 948 1037 1126 1157 1187 1196 1338 1348 1476 1517 1523
1555 1647 1687 1768 1781 1865 1883 1932 1944 1998 2032 2107
2114 2171 2281 2289 2369 2437 2525 2579 2744 2799 2881.

R. 183 208 498 1081 1757 1837 1876 2106 2356 2434 2491 2544
2662 2856 2934 3047.

Ordre troisième.

L. n°s 91 202 389 572 742 997 1273 1424 1536 1777 1785 1788 1909 1954 1988 2021 2052 2130 2382 2383 2576 2603 2624 2644 2804 2909 3001 3050.

R. 158 195 249 355 403 932 1439 1450 1658 1722 1842 2026 2097 2120 2205 2303 2309 2484 2541 2828 2900 2942 3046.

Ordre quatrième.

L. n°s 422 589 982 1066 1110 1263 1306 1543 1888 2272 2725 2822 2928 2944 3008.

R. 44 122 295 1300 1830 1925 2165 2455 2538 2877 2976.

Ordre cinquième.

60 550 668 1516 2737 2708. — 2220 2262 142.

» Ces chiffres renferment encore celles dont on connaît le mouvement orbital. Mais pour décider d'un grand nombre d'autres, surtout des *douteuses*, on devra attendre à peu près un autre quart de siècle, qui est le temps qui sépare nos observations de celles de W. Struve. Je me propose de continuer encore les observations sur la classe des douteuses et pour les ordres les plus distants qui n'ont été qu'imparfaitement revus.

» Je viens d'achever la réduction des observations magnétiques faites ici pendant les deux années passées, et les résultats sont sous presse. La conclusion principale qui découle des observations des variations diurnes pour les trois instruments différentiels de déclinaison, force verticale et force horizontale, est *qu'on doit classifier la station de Rome comme une station équatoriale*. La plus grande analogie existe entre ses courbes et celles des forces qu'on a tracées pour Bombay et le cap de Bonne-Espérance. Pour les variations extraordinaires, surtout de l'intensité horizontale, j'ai été longtemps très-incertain à quoi attribuer des déplacements pendant plusieurs jours consécutifs. A la fin, j'ai pris la résolution de construire graphiquement toutes les observations du bifilaire et du vertical dans les feuilles mêmes du météorographe qui, représentant toutes les variations atmosphériques sous un même coup d'œil, pouvaient faire voir s'il y avait relation entre les changements de force magnétique et les variations atmosphériques. Le résultat

de ce grand travail a été « *qu'il existe réellement une connexion entre les variations d'intensité de la force verticale et horizontale du magnétisme terrestre et les grands changements atmosphériques.* » Il est encore difficile de bien préciser lequel des éléments météorologiques a plus d'influence sur les barreaux magnétiques; la température et les vents paraissent les plus influents, mais cela ne peut pas jeter de doute sur une connexion qui résulte de deux années d'observations comparées avec le plus grand soin, avec coïncidence constante. Dans une autre occasion j'entrerai dans des plus grands détails sur ce sujet.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

Mme veuve **Farnault** adresse une série de travaux mathématiques auxquels feu *M. Farnault* s'était consacré pendant plusieurs années et qu'il avait l'intention de soumettre au jugement de l'Académie. On y remarque notamment un « Mémoire sur la construction des Tables mathématiques et sur deux systèmes de Tables graphiques appropriés l'un aux équations à deux variables, l'autre aux équations à plus de deux variables, » et la première feuille d'un Atlas mathématique, recueil de Tables graphiques des principaux éléments de calculs. Cette première feuille s'applique aux Tables logarithmiques à cinq décimales, et elle comprend, sous la forme graphique imaginée par l'auteur, les logarithmes et cologarithmes des nombres jusqu'à 10000, et par interpolation jusqu'à 100000.

Ces travaux sont renvoyés à l'examen d'une Commission composée de MM. Mathieu, Delaunay et Bienaymé.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur la résolution de deux équations quelconques à deux inconnues sans le secours de l'élimination; par* **M. Turquan.**

(Commissaires, MM. Hermite, Serret.)

« Ce Mémoire, dit l'auteur dans la Lettre d'envoi, traite de la résolution de deux équations à deux inconnues, algébriques ou transcendantes, sans le secours de l'élimination, et se compose de deux parties.

» Dans la première partie, je tâche de perfectionner la méthode de Fourier pour la séparation des racines d'une équation à une seule inconnue,

algébrique ou transcendante, et pour cela je propose, à la place du procédé exposé par cet illustre géomètre dans son *Analyse des équations algébriques* et qui a été jugé insuffisant, un autre procédé qui me paraît ne devoir jamais être en défaut, et qui donne un caractère pratique et sûr pour reconnaître si une équation algébrique ou transcendante a entre deux limites a et b non-seulement deux racines égales, mais n racines égales.

» Dans la seconde partie, j'applique les théorèmes de la première à la résolution du problème suivant : x et y désignant un couple de valeurs qui satisfont aux deux équations quelconques à deux inconnues $f(x, y) = 0$, $F(xy) = 0$, trouver deux nombres x_1 et x_2 entre lesquels la valeur de x soit seule comprise, et deux autres nombres y_1 et y_2 entre lesquels la valeur de y soit seule comprise ; ce problème, je crois l'avoir complétement résolu.

» Je termine ce Mémoire par une remarque sur le contact des courbes, les théorèmes exposés dans ces deux parties me permettant de donner de nouveaux caractères pour reconnaître si deux courbes en un point $(x_1 y_1)$ ont un contact d'un ordre donné. Ces caractères que je propose me paraissent plus pratiques et plus sûrs que ceux donnés jusqu'à présent, car ceux-ci sont plutôt une définition analytique des contacts des ordres supérieurs que des caractères qui puissent servir à les faire reconnaître. »

GÉODÉSIE. — *Sur les cartes géographiques; par* **M. A. Tissot.**

(Renvoi à l'examen de la Commission précédemment nommée.)

« Dans la première partie de ce Mémoire, j'ai donné la loi suivant laquelle la déformation se produit autour de chaque point, quel que soit le système de représentation (*); dans la seconde, j'ai comparé entre eux les systèmes qui ont été employés ou seulement proposés pour la construction des mappemondes (**) ; dans celle-ci, je résous cette question : Trouver le meilleur mode de projection pour chaque contrée particulière.

» Lorsqu'il s'agit d'une carte destinée aux services publics, comme celle qui a été dressée en France par le Dépôt de la Guerre, la première condition que l'on doit s'astreindre à remplir en faisant choix d'un système de projection, est relative à la reproduction des angles ; il n'est pas nécessaire d'an-

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLIX, p. 673.
(**) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. L, p. 474.

nuler complétement leurs altérations, mais il faut les rendre plus faibles que les erreurs admissibles en topographie dans la mesure des angles eux-mêmes; alors chaque feuille de la carte constituera un véritable levé topographique: seulement, les distances ne pouvant être conservées, l'échelle du dessin variera d'une feuille à l'autre. Une seconde condition se rapporte à cette variation de l'échelle; on doit, en la rendant aussi faible que possible, amener à son maximum l'étendue de chacune des régions à laquelle il est permis d'attribuer une échelle unique. Enfin, avant de tracer le canevas, on a à calculer les coordonnées d'un grand nombre de points rapportés à deux axes rectangulaires; une troisième condition réside dans la simplicité des formules employées à cet usage.

» Il existe une infinité de systèmes de représentation qui ne modifient pas les angles; mais s'il s'agit d'une contrée ayant, comme la Russie, des dimensions exceptionnelles dans tous les sens, quand même on prendrait celui de ces systèmes qui réduit à son minimum la plus grande altération de longueur, l'échelle subirait de fortes variations d'une extrémité du pays à l'autre, à moins qu'on ne le divisât en plusieurs régions ayant chacune leur carte particulière; c'est pourquoi, tout en évitant les difficultés d'analyse, on aura résolu la question dans les cas qu'il est utile de considérer, si l'on se borne aux trois suivants: celui d'une portion du globe peu étendue dans le sens des parallèles, et autant que l'on voudra dans le sens des méridiens; celui d'une portion du globe peu étendue dans le sens des méridiens, et autant que l'on voudra dans le sens des parallèles; celui d'une contrée peu étendue dans les deux sens, comme la France, l'Espagne, etc.

» Appelons L la latitude d'un point quelconque, L_0 celle d'un point central, m la longitude du premier point comptée à partir du méridien du second, r le rayon du parallèle dont la latitude est L, r_0 celui du parallèle dont la latitude est L_0, s l'arc de méridien compris entre ces deux parallèles, x et y les coordonnées rectangulaires du point de la carte qui correspond à la latitude L et à la longitude m.

» Dans le premier cas, le meilleur système de projection est donné par les formules

$$(1)\qquad x = s + \frac{1}{2} rm^2 \sin L, \qquad y = rm\left(1 + \frac{1}{6} m^2 \cos 2L\right).$$

» Dans le second cas, en posant

$$R_0 = r_0 \operatorname{coséc} L_0, \qquad R = R_0 - s - \frac{1}{6} s^3, \qquad \varphi = m \sin L_0,$$

on aura, pour les formules analogues,

$$(2) \qquad x = R_0 - R\cos\varphi, \qquad y = R\sin\varphi;$$

ici les méridiens de la carte sont des droites partant toutes d'un même point, et les parallèles des circonférences dont ce point occupe le centre.

» Dans le troisième cas, si l'on appelle N_0 la grande normale du méridien à la latitude L_0, et si l'on représente par μ la variable $m\cos L_0$, on devra employer les formules

$$(3) \qquad \begin{cases} x = s + \frac{1}{2}N_0 \operatorname{tang} L_0 \mu^2 + \frac{1}{3}A s^3 - B s^2 \mu + C s \mu^2 + \frac{1}{3}B\mu^3, \\ y = rm + \frac{1}{3}B s^3 + A s^2 \mu - B s \mu^2 + \frac{1}{3}C\mu^3, \end{cases}$$

dans lesquelles on peut mettre $L - L_0$ à la place de s, excepté dans le premier terme de la valeur de x; A, B, C sont des coefficients constants, dont le troisième est lié au premier par la relation

$$2(A + C)\cos^2 L_0 = \cos 2L_0;$$

quant à A et à B, ils dépendent de la forme du contour qui limite le pays, et voici comment ils s'obtiennent : on trace d'abord ce contour en rapportant chacun de ses points à deux axes rectangulaires sur lesquels on porte les coordonnées $L - L_0$ et μ; à l'aide de quelques tâtonnements graphiques, on détermine ensuite de grandeur et de position l'ellipse enveloppante pour laquelle le diamètre qui est incliné à 45° sur ses deux axes est le plus petit possible. Soient $2d$ la longueur de ce diamètre minimum, $2a$ celle du grand axe correspondant, α l'angle que fait cette dernière ligne avec l'axe des coordonnées sur lequel est comptée la variable μ; on aura

$$(4) \qquad A = \frac{1}{2}\left(\cos^2\alpha - \frac{d^2}{2a^2}\cos 2\alpha\right), \qquad B = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{d^2}{a^2}\right)\sin 2\alpha:$$

le centre de l'ellipse donnera le point central de la carte, et par conséquent fera connaître la latitude moyenne L_0, dont une valeur approchée aura suffi dans cette recherche préliminaire.

» Pour certains contours exceptionnels, le mode de projection le plus

avantageux sera fourni par des essais analogues au précédent, mais où les ellipses seront remplacées par des hyperboles ou même par des paraboles, et, dans le cas des paraboles, les formules (3) devront être un peu modifiées; la plupart du temps, on reconnaîtra d'avance l'inutilité de ces deux derniers essais.

» Enfin, on peut introduire dans les seconds membres des équations (1), (2) et (3) un facteur constant qu'il est facile de déterminer pour chaque pays en particulier, et dont l'effet est de réduire de moitié la plus grande altération de longueur, en la rendant positive dans certaines régions et négative dans d'autres.

» Appliquées à la France, les recherches qui précèdent donnent

$$(5) \qquad A = 0,306, \qquad B = 0, \qquad C = -0,368, \qquad L_0 = 41^\circ 40',$$

et le méridien moyen est celui de Paris.

» Pour la carte d'Espagne, dont les opérations géodésiques sont en voie d'exécution, on est conduit à prendre comme méridien central celui de Madrid, et comme parallèle central celui de 40°; les formules sont

$$(6) \qquad \begin{cases} x = s + 0,42013\mu^2 + 0,111 s^3 - 0,185 s^2\mu, \\ y = rm + 0,333 s^2\mu - 0,062\mu^3. \end{cases}$$

» Voici maintenant un tableau contenant, pour six contrées différentes, la plus grande altération d'angle et la plus grande altération de distance produites par le mode de projection adopté lors de la construction de la carte de France, et par l'un de ceux qui sont proposés dans ce Mémoire.

CONTRÉES.	VALEURS DE LA PLUS GRANDE ALTÉRATION		MODE DE PROJECTION.
	d'angle.	de distance.	
Première contrée.......	7° 30′	$\frac{1}{15}$	Celui du Dépôt de la Guerre.
Idem..............	1′ 20″	$\frac{1}{230}$	Celui des formules (1).
Égypte..............	25″	$\frac{1}{250}$	Dépôt de la Guerre.
Idem..............	5″	$\frac{1}{2000}$	Formules (2).
Troisième contrée.......	14° 40′	$\frac{1}{7}$	Dépôt de la Guerre.
Idem..............	1′ 20″	$\frac{1}{230}$	Formules (2).
Algérie..............	11′	$\frac{1}{600}$	Dépôt de la Guerre.
Idem..............	3″	$\frac{1}{2000}$	Formules (2).
France..............	18′	$\frac{1}{380}$	Dépôt de la Guerre (parallèle moyen de 45°).
Idem..............	10′ 30″	$\frac{1}{650}$	Dépôt de la Guerre (parallèle moyen de 46° 30′).
Idem..............	25″	$\frac{1}{1100}$	Formules (3) et (5).
Espagne..............	11′	$\frac{1}{600}$	Dépôt de la Guerre (parallèle moyen de 41°).
Idem..............	20″	$\frac{1}{1000}$	Formules (6).

» Le premier et le troisième exemple ne se rapportent à aucune division territoriale; je les ai choisis afin de montrer qu'avec un petit nombre de cartes on pourrait représenter toute la surface du globe, en ne donnant lieu qu'à de faibles déformations; en effet, si de part et d'autre d'un méridien quelconque on porte sur tous les parallèles des longueurs égales à la moitié de l'arc de 15° à l'équateur, on détachera de la surface de la terre une

portion qui en sera environ la huitième partie, et c'est de cette portion qu'il s'agit dans les deux premières lignes du tableau. Dans la cinquième et la sixième, on a considéré toute la zone comprise entre les parallèles de 37° 30′ et 52° 30 de latitude, zone dont fait partie l'Europe centrale, si on la prend dans l'hémisphère nord.

» Pour la seconde application, j'ai choisi la carte d'Égypte, parce que les travaux nécessaires à sa construction doivent être commencés prochainement. Le territoire de l'Égypte se compose, comme on sait, d'une longue vallée encaissée depuis Assouan jusqu'au Caire par deux chaînes de montagnes dont les versants extérieurs s'étendent dans de vastes déserts; il est à présumer que l'on n'effectuera dans ces déserts aucune triangulation, mais que par la suite on continuera au sud d'Assouan et en remontant le Nil des opérations géodésiques dont les résultats offriront beaucoup d'intérêt, tant pour l'étude de la forme de la terre qu'au point de vue géographique. J'ai donc supposé que la carte qu'il s'agissait d'établir était celle d'une contrée située entre le 9e et le 32e degré de latitude avec une étendue de 5° en longitude.

» Le quatrième exemple est relatif à toute l'Algérie, c'est-à-dire au Tell et au Sahara algériens; en adoptant les formules proposées, on pourrait placer sur la même carte la régence de Tunis et la plus grande partie de l'empire du Maroc sans augmenter les altérations.

» Le parallèle moyen de 45° dont il est question pour la France est celui qui a été adopté par les Commissions de 1803 et de 1818.

» Enfin, avec les formules (6), les îles Baléares, le territoire de Ceuta et le Portugal se trouvent compris dans la région à laquelle se rapportent les altérations indiquées par le tableau; mais celles que produit le système de Flamsteed modifié augmenteraient, si on voulait compléter la carte de la Péninsule par l'addition du Portugal. »

PHYSIQUE. — *Mémoire sur la compressibilité cubique de quelques corps solides et homogènes; par* **M. G. Wertheim.**

(Commissaires, MM. Lamé, de Senarmont, Clapeyron.)

« En 1848 j'ai publié un Mémoire sur le rapport de l'allongement à la contraction transversale qu'éprouve une barre élastique homogène et isotrope lorsqu'elle est soumise à une traction longitudinale; après avoir fait remarquer que la valeur $\frac{1}{4}$ que l'analyse de Poisson avait fait assigner à ce rap-

port, n'avait été vérifiée jusqu'alors par aucune expérience concluante, j'ai démontré que ce nombre doit être remplacé par $\frac{1}{3}$ pour les substances que j'ai pu soumettre à des expériences directes au moyen d'une méthode susceptible d'une précision pour ainsi dire illimitée; toutes les vérifications que j'ai pu effectuer depuis cette époque par des expériences, moins directes il est vrai, mais portant sur un nombre plus grand de corps, sont venues confirmer ce résultat.

» Ces recherches ont donné lieu à de nombreuses discussions; plusieurs géomètres distingués, sans répéter mes expériences et sans en contester les résultats, ont cherché à les mettre d'accord avec l'ancienne théorie à l'aide d'hypothèses très-diverses, mais malheureusement aussi très-arbitraires; je vais rappeler brièvement et discuter ces hypothèses, avant d'entrer dans l'exposition de mes nouvelles expériences sur ce sujet.

» Dans un Mémoire publié peu de temps après le mien, M. Clausius reconnaît expressément que les corps dont je me suis servi pour mes expériences peuvent être considérés comme très-sensiblement homogènes et isotropes; mais il pense que l'action élastique secondaire, découverte par M. Weber dans les fils de soie et que j'ai observée dans plusieurs substances d'origine organique, pourrait servir à expliquer le désaccord entre l'expérience et l'ancienne théorie. Cette action venant s'ajouter à l'allongement proprement dit ou primaire, il en résulterait que l'on mesure un allongement total trop grand; le numérateur de la fraction cherchée serait donc augmenté dans un rapport tel, que cette fraction, réellement égale à $\frac{1}{4}$ si l'on avait pu mesurer la seule action primaire, devient égale à $\frac{1}{3}$.

» A cette explication on peut reprocher avant tout d'être fondée sur un fait absolument hypothétique, personne n'ayant encore observé cette action secondaire, soit dans les métaux, soit dans le verre, qui sont les seuls corps que j'aie employés; on invoque, il est vrai, d'autres expériences de M. Weber, suivant lesquelles le son transversal d'un fil métallique brusquement tendu baisse pendant l'intervalle de quelques secondes. Seebeck a cherché en effet à expliquer ce fait par l'action secondaire, contrairement à l'opinion très-plausible pourtant de M. Weber lui-même, qui y voit seulement l'effet de l'abaissement de température du fil produite par son allongement et de son retour graduel à la température de l'air ambiant. Mais en admettant même l'hypothèse de Seebeck, cet abaissement du son est beaucoup trop petit dans tous les cas pour que l'allongement secondaire qui lui

correspondrait, puisse servir à expliquer le résultat numérique de nos expériences. Aussi M. Clausius est-il obligé de supposer que ce genre d'allongement s'opère dans les métaux presque entièrement pendant le premier quart de seconde et par conséquent avant qu'on ait eu le temps d'observer le son transversal. Mais l'action primaire n'étant pas instantanée ellemême, comment fixera-t-on la limite de temps, passée laquelle l'effet devra être considéré comme secondaire? C'est ainsi que les hypothèses s'accumulent.

» Une autre objection plus grave encore que les précédentes est celle-ci : on serait forcé de supposer, contrairement à toutes les notions théoriques et à tous les résultats de l'expérience, que cet allongement secondaire se produit sans donner lieu à une contraction transversale correspondante, sans quoi le rapport entre les deux quantités observées, qui sont l'allongement total et la contraction totale, resterait toujours celui qu'indique l'ancienne théorie.

» J'ai été obligé d'entrer dans ces détails à cause de l'insistance qu'ont mise quelques physiciens depuis douze ans à m'opposer cette théorie et à représenter comme un fait démontré et acquis à la science ce qui n'était pour M. Clausius qu'une hypothèse à laquelle il n'attache certainement pas une grande importance.

» MM. Lamé et Maxwell admettent que le rapport ci-dessus défini, ou, ce qui revient au même, le rapport entre les compressibilités cubique et linéaire peut varier d'une substance à l'autre. L'expérience seule pourra prononcer à cet égard, ainsi que je n'ai pas manqué de le faire remarquer dans mon premier Mémoire sur ce sujet et dans plusieurs de ceux que j'ai publiés depuis. C'est donc à tort que M. Verdet, dans un extrait d'un Mémoire que nous allons analyser plus bas et dont l'auteur est M. Kirchhoff, prétend que je me suis « efforcé d'établir par de nombreuses expériences que ce rap- » port avait *dans tous les corps* une valeur constante et égale à $\frac{1}{3}$; » au contraire j'ai fait expressément mes réserves à l'égard des corps non encore soumis à l'expérience, tout en affirmant et maintenant l'exactitude de ce nombre pour ceux qui ont été l'objet de mes recherches.

» D'après une expérience intéressante que M. Clapeyron a faite sur le caoutchouc vulcanisé, la fraction $\frac{\lambda}{\mu}$, au lieu d'être égale à 1 suivant l'ancienne théorie, ou égale à 2 comme l'exigent mes expériences, s'élèverait pour

ce corps à la valeur énorme de 2201; ce fait, sur lequel nous reviendrons, me semble trouver son explication dans les résultats du présent travail.

» Contrairement à l'opinion de M. Clausius, M. de Saint-Venant rejette le désaccord constaté sur une prétendue non-isotropie des corps dont je me suis servi; l'auteur pense « qu'il y a autant de genres d'homogénéité méca-
» nique qu'il y a de systèmes possibles de coordonnées curvilignes ou de sys-
» tèmes de surfaces orthogonales conjuguées; » en effet, on pourra imaginer autant que l'on voudra de genres d'homogénéité non isotrope, mais ce qu'il faudrait démontrer, c'est qu'une quelconque de ces hétérotropies existe réellement dans les corps que j'ai soumis à l'expérience, et, chose tout à fait inadmissible, qu'elle existe au même degré dans tous.

» Mais sans aller aussi loin et sans comparer entre eux des corps chimiquement différents, si nous attribuons à un certain corps l'une des homogénéités imaginées par M. de Saint-Venant, à savoir l'homogénéité cylindrique ou sphérique, ou toute autre, au moins faudra-t-il que nous expliquions ainsi les résultats des expériences diverses auxquelles ce corps peut être soumis.

» Par exemple, il est facile d'inventer un arrangement moléculaire tel, qu'un piézomètre cylindrique présente une compressibilité cubique conforme à celle donnée par l'ancienne théorie; mais il faudrait prouver en outre que ce même cylindre, tiré dans le sens de sa longueur, éprouvera l'allongement et en même temps la contraction transversale constatés par l'expérience, que sa résistance à la torsion pourra être déterminée d'avance, etc.

» Tant que cette démonstration n'aura même pas été tentée, toute discussion sur ces hypothèses serait nécessairement stérile.

» Enfin M. Kirchhoff vient de publier sur ce sujet un Mémoire important, et que je crois devoir analyser avec la sérieuse attention que le nom de l'auteur commande et que l'importance du sujet exige. Loin de se livrer à de simples conjectures, M. Kirchhoff a fait l'expérience suivante : Un poids appliqué au bout d'un bras de levier produit à la fois la flexion et la torsion d'un cylindre homogène; ces deux déplacements sont très-exactement mesurés à l'aide d'une ingénieuse application de la méthode de Gauss, et leur rapport, qui ne contient plus ni le coefficient d'élasticité ni le rayon du cylindre, donne par des formules connues la relation cherchée entre l'allongement et la contraction transversale.

» Cette méthode prête à de nombreuses objections : il serait difficile d'en imaginer une plus indirecte, et par conséquent plus sujette aux erreurs ; le coefficient du changement de volume s'y détermine à l'aide de deux déformations qui ne sont ni l'une ni l'autre accompagnées d'un changement de volume quelconque : c'est du moins ce que l'on suppose pour établir les formules, quoique cela ne soit pas rigoureusement vrai ; l'expérience peut être considérée comme la flexion d'un cylindre devenu non homogène par suite de la torsion qu'il subit, ou bien comme la torsion d'une pièce devenue hétérogène par la flexion, et les formules habituelles pour la torsion et la flexion, déjà inexactes en elles-mêmes (je crois l'avoir démontré pour la première, et je le ferai voir prochainement pour la seconde), le deviennent à plus forte raison dans le présent cas.

» L'appareil de M. Kirchhoff est d'une grande délicatesse, et ne paraît pas devoir présenter les conditions de stabilité nécessaires pour ce genre de recherches ; les faibles dimensions des cylindres soumis à l'expérience (moins de 3 millimetres de diamètre sur 145 millimètres de longueur seulement), les flexions initiales assez notables produites par les miroirs et par les leviers que ces cylindres supportent, la nécessité de souder ceux-ci par le milieu, et enfin la complication des calculs nécessaires à la réduction des observations, sont autant de circonstances fâcheuses.

» Voici maintenant les résultats : M. Kirchhoff trouve pour le cuivre jaune la valeur 0,387, et pour l'acier trempé 0,294; ces nombres, on le voit, sont notablement supérieurs à $\frac{1}{4}$, tandis que la fraction $\frac{1}{3}$ est sensiblement égale à leur moyenne. M. Kirchhoff passe un peu légèrement sur le premier de ces résultats, tandis qu'il attache une grande importance au second, l'acier trempé lui paraissant être un corps éminemment isotrope, tandis que le cuivre jaune ne serait ni suffisamment homogène, ni dépourvu de l'effet secondaire.

» Nous avons déjà fait justice de ce dernier argument, qui s'appliquerait dans tous les cas à l'acier aussi bien qu'au cuivre, puisque l'effet secondaire n'a été observé ni sur l'une ni sur l'autre substance. En ce qui concerne l'isotropie, c'est bien gratuitement qu'on en doterait un corps trempé : l'action que le verre trempé exerce sur la lumière polarisée le prouve surabondamment, et si l'on avait à rechercher le moins homogène parmi les corps non cristallisés, c'est certainement sur une substance trempée que devrait tomber le choix.

» Je suis loin d'affirmer, je le répète, que ce rapport ne puisse pas être un peu plus petit que $\frac{1}{3}$ pour l'acier homogène; mais la présente expérience ne me semble pas assez concluante pour le démontrer.

» Au contraire l'expérience faite sur le cuivre jaune est la première où l'on ait bien voulu vérifier mes résultats sur l'une des substances que j'avais employées; il est vrai que le nombre 0,387 est plus grand que $\frac{1}{3}$, mais je ferai voir dans un prochain Mémoire sur la flexion que le dénominateur de la fraction qui représente dans les résultats de M. Kirchhoff le rapport de la torsion à la flexion est trop petit, et que cette fraction, convenablement corrigée, se rapproche beaucoup plus de la valeur $\frac{1}{3}$.

» En résumé et en mettant de côté, pour un instant, l'expérience de M. Clapeyron, aucun fait n'est venu prouver jusqu'ici que le rapport cherché varie d'une substance à l'autre; mais aussi les expériences n'ont porté que sur un petit nombre de corps, elles ont été faites à l'aide de méthodes toujours plus ou moins indirectes, et la compressibilité cubique elle-même n'a été absolument le sujet d'aucune expérience, de telle sorte que nous ignorons si la proportionnalité, que l'on suppose exister entre les pressions et les diminutions de volume, a réellement lieu pour des changements de pression quelque peu considérables. Cette recherche sera le sujet de la seconde partie de ce Mémoire, que j'aurai l'honneur de présenter prochainement à l'Académie. »

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvelles recherches sur le frottement, dans le glissement de wagons-traîneaux sur rails de chemins de fer; sa variation avec la vitesse, avec l'étendue de la surface de contact, avec la nature matérielle et l'état de cette surface; formule représentative; frottement au départ;* par **M. H. Bochet.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Morin, Combes, Clapeyron.)

« Dans un précédent Mémoire, présenté à l'Académie le 26 avril 1858, j'ai déjà abordé la question, que j'ai reprise depuis pour l'étudier d'une manière plus étendue : ce sont les résultats de cette nouvelle étude, tout expérimentale d'ailleurs, que je fais connaître aujourd'hui. Sans doute je n'ai pu encore cette fois embrasser le problème du frottement dans toutes

ses circonstances possibles ; néanmoins j'ai pu l'attaquer dans un assez grand nombre de cas variés, à savoir : dans les cas de glissement, à toutes les vitesses comprises entre 0 et 25 mètres par seconde, du fer, à divers degrés de poli, et de différents bois, secs ou verts, ordinaires ou résineux, voire même du cuir et de la gutta-percha, frottant par surfaces de diverses grandeurs, toujours, il est vrai, par wagons-traîneaux glissant sur des rails de chemins de fer, mais sur rails tantôt secs, tantôt mouillés, tantôt simplement humides, plus ou moins, quelquefois même huilés, enfin sur voie ordinaire et sur voie éclissée. J'ai pu aussi étudier, dans les diverses circonstances indiquées ci-dessus, la question du frottement au départ.

» Dans une première partie de mon Mémoire, je décris avec détail le procédé d'investigation expérimentale que j'ai suivi, les appareils frottants que j'ai employés, le dynanomètre dont j'ai fait usage pour mesurer leur résistance au glissement, la manière dont j'ai pu apprécier la vitesse à chaque instant, enfin les précautions que j'ai prises pour éviter les causes d'erreur sur les véritables valeurs du frottement ; je fais connaître le mode, par moi adopté, de représentation graphique de mes résultats expérimentaux, la marche suivie dans chaque expérience, les divers cas de frottement examinés, enfin les conditions spéciales de mes expériences sur le frottement au départ.

» Dans une seconde partie, j'expose les résultats constatés de mes expériences. Ces résultats sont, en résumé et dans ce qu'ils ont de plus saillant :

» 1°. Défaut de constance du frottement dans les mêmes circonstances pratiquement appréciables et définissables, de sorte que le frottement, même dans des circonstances appréciables identiques, ne peut être représenté par une courbe unique, mais seulement par une zone comprise entre deux courbes, avec courbe du frottement moyen ou le plus habituel, dans un ensemble de circonstances déterminé.

» 2°. Diminution du frottement à mesure que la vitesse augmente, toutes choses égales d'ailleurs, dans tous les cas, nombreux et variés, qui ont été examinés.

» 3°. Variation du frottement avec l'étendue de la surface frottante, toutes choses égales d'ailleurs, ou, autrement dit, avec la pression spécifique ; variation insensible tant que cette pression spécifique reste dans les petites valeurs, surtout si en même temps la vitesse reste très-petite ; mais sensible quand la vitesse de glissement est grande, et surtout quand la pression spécifique passe des petites aux grandes valeurs. Il en résulte que la loi, accré-

ditée, de la proportionnalité du frottement à la pression, sensiblement vraie dans les circonstances les plus ordinaires de la pratique, ne doit cependant pas être considérée comme absolument et tout à fait généralement exacte. Du reste les expériences relatées dans mon Mémoire, bien que suffisantes pour établir ce fait, ne le sont pas encore pour permettre d'en déduire avec précision la véritable loi de variation du frottement avec la pression.

» 4°. Variation considérable du frottement du *bois* suivant que les rails étaient secs, mouillés, ou gras; au contraire, insignifiance complète de l'état de sécheresse ou d'humidité des rails sur le frottement du *fer;* insignifiance même de leur état gras, au début du glissement (avant la production du poli spécial), à moins que la surface frottante ne fût relativement très-petite (comme celle des roues calées) et par conséquent la pression spécifique très-grande, auquel cas le frottement du fer avec enduit gras était très-diminué, même au début du glissement.

» 5°. Influence considérable de l'état de poli sur le frottement, surtout sur celui du fer; beaucoup moindre sur le frottement du bois.

» 6°. Frottement beaucoup plus énergique du bois, à sec, que du fer.

» 7°. Faible influence de l'essence du bois sur son frottement : insensible quand le glissement s'opère avec enduit (sauf pourtant quand le bois est résineux et que l'enduit n'est que de l'eau; dans ce cas, le frottement est plus énergique que dans les autres); l'influence de l'essence du bois ne devient sensible, quoique faible, que dans le glissement à sec; alors les bois tendres produisent un frottement un peu plus énergique que les bois durs.

» 8°. Il n'y a eu de frottement spécial au départ que pour les bois (et le cuir) sur rails mouillés ou gras; dans tous les autres cas (bois et cuir sur rails secs, gutta-percha sur rails secs et mouillés, fer sur rails secs, mouillés ou gras), le frottement au départ a été exactement le même qu'à vitesse extrêmement petite (mais plus grand, par conséquent, qu'à vitesse notable); au contraire, pour le bois (et le cuir) sur rails mouillés ou gras, le frottement au départ a été, en général et en moyenne, double de celui correspondant à une vitesse extrêmement petite.

» Dans une troisième partie de mon Mémoire, j'ai cherché à donner l'explication des phénomènes et lois de frottement que l'expérience m'a révélés. Je montre qu'on doit admettre trois causes générales et essentielles du frottement, à savoir : l'attraction moléculaire, les aspérités des surfaces,

et l'arrachement particulaire qui s'y produit en conséquence pendant le glissement; que le jeu de ces trois causes semble pouvoir rendre compte des phénomènes que présente le frottement, non que j'aie pu ainsi les expliquer tous, surtout dans leurs détails; mais je pense avoir donné raison satisfaisante et admissible, d'ailleurs d'une manière générale, des principaux et des plus saillants, à savoir : 1° de la diminution du frottement à mesure que la vitesse augmente; 2° des zones de frottement; 3° de l'influence de la matière frottante; 4° de l'influence du poli des surfaces; 5° de la non-existence, en général, d'un frottement spécial au départ. Les quelques particularités que je n'ai pas expliquées n'infirment d'ailleurs nullement les considérations générales que j'ai présentées et qui donnent raison des autres faits.

» Dans une quatrième et dernière partie, je montre qu'on peut représenter, avec une approximation suffisante, toutes les valeurs, d'ailleurs très-nombreuses, que j'ai obtenues pour le frottement, dans les diverses circonstances de mes expériences, par la formule suivante, qui se présente d'ailleurs comme la plus simple à adopter, en satisfaisant convenablement à la condition d'exactitude :

$$f = p\left(\frac{K-\gamma}{1+av}+\gamma\right),$$

dans laquelle, f étant la valeur du frottement, p représente la pression totale sous laquelle s'accomplit le glissement; K et γ sont deux coefficients variables séparément avec les circonstances, la valeur de K étant toujours plus ou moins supérieure à celle de γ; a est un troisième coefficient, peut-être un peu variable, mais alors suivant une loi encore complétement inconnue et même pas du tout entrevue, mais peut-être aussi constant, et, en tout cas, pouvant être pris constant avec une approximation suffisante pour la pratique, et alors égal à 0,3 quand la vitesse, v, est exprimée en mètres par seconde.

» Quant aux coefficients K et γ, ils varient séparément avec les matières qui glissent l'une sur l'autre, le degré de poli de leurs surfaces frottantes, la non-existence ou la présence d'un enduit entre ces surfaces, et la nature de cet enduit, en même temps qu'avec la pression spécifique sous laquelle s'accomplit le glissement. On ne peut d'ailleurs donner que des séries de valeurs numériques de K et de γ, se rapportant à des circonstances, conditions et états déterminés et connus. J'en ai donné un assez grand nombre, ressortant d'observations expérimentales positives.

» Pour donner un aperçu des principales, on peut dire que, les frotte-

ments les plus énergiques ayant été ceux des bois et surtout des bois tendres, du cuir, et de la gutta-percha, sur rails secs, sans enduit, K s'y est quelquefois élevé jusqu'à 0, 70, sans y avoir jamais été au-dessous de 0, 40; le plus souvent il a été de 0, 60 pour les bois tendres et de 0, 55 pour les bois durs. Le frottement du fer a toujours été moindre; il est vrai qu'exceptionnellement, quand le fer était à surface très-grossière et rugueuse, K s'est élevé jusqu'à 0, 60; mais il n'a pas été habituellement, dans les mêmes circonstances, de plus de 0, 40, et est quelquefois descendu jusqu'à 0, 25. Quand le fer était à surface polie, même imparfaitement, K ne s'est jamais élevé au-dessus de 0, 40, il n'a pas été habituellement de plus de 0, 20 à 0, 30, et il est quelquefois descendu jusqu'à 0, 17 et même 0, 12 (indifféremment d'ailleurs, que les rails fussent secs ou mouillés, voire même gras, sauf, dans ce dernier cas, quand la superficie frottante était relativement petite, autrement dit quand la pression spécifique était grande; alors le coefficient de frottement du fer avec enduit gras était très-diminué). Dans le frottement des bois et du cuir avec enduit gras, K est tombé habituellement à 0, 16, quelquefois seulement à 0, 20, mais quelquefois aussi jusqu'à 0, 05. L'enduit gras a d'ailleurs toujours, dans les deux cas, de fer et de bois, favorisé beaucoup la prompte et rapide production du poli des surfaces et en conséquence la diminution du frottement par ce fait. C'est principalement ainsi, et par conséquent indirectement, que les enduits gras paraissent surtout agir pour adoucir les frottements.

» C'est surtout au départ et à toute petite vitesse que les frottements diffèrent beaucoup les uns des autres suivant les circonstances. A mesure que la vitesse devient plus grande, les différents frottements, en diminuant tous, ordinairement d'autant plus qu'ils sont plus grands, vont, en général, se rapprochant les uns des autres. Ce rapprochement dans la diminution commune a lieu aussi d'autant plus que les surfaces frottantes sont plus polies, ce qui se produit d'ailleurs et se maintient d'autant mieux, que ces surfaces sont mieux lubréfiées par un enduit gras. Aussi peut-on dire que toutes les matières bien polies, convenablement lubréfiées, glissant vite l'une sur l'autre, d'ailleurs sous une pression spécifique modérée, ont à peu près le même coefficient de frottement, très-petit. Mais, en dehors de cet ensemble de conditions, tout spécial, rien n'est plus variable que le frottement avec les circonstances. »

CHIMIE MÉDICALE. — *Emulsion de coaltar, pour l'application à la médecine ou à l'hygiène; extrait d'une Note de* **M. Demeaux.**

(Commissaires, MM. Chevreul, Dumas, Pelouze.)

« Ce produit, qui, par la facilité de sa préparation, par la modicité de son prix, par la quantité de coaltar qu'il contient et par sa grande solubilité dans l'eau, me paraît destiné à rendre de grands services, se prépare de la manière suivante :

Coaltar.	1000 grammes.
Savon.	1000 »
Alcool.	1000 »

» Chauffez au bain-marie jusqu'à parfaite solution.

» On obtient, par le refroidissement, un véritable savon, très-soluble dans l'eau, et formant, en se dissolvant dans ce liquide, une émulsion stable. Le prix de ce produit est très-modique, 3 kilogrammes coûteraient environ 3 francs, et avec cette quantité on peut faire environ 100 litres d'émulsion. Chaque litre contiendrait 10 grammes de coaltar.

» On comprend combien cette préparation peut trouver d'applications utiles, soit dans les hôpitaux, soit dans les amphithéâtres d'anatomie, soit dans des manufactures ou usines, soit dans certains établissements de l'État, dans le but de prévenir des dangers réels pour la santé publique, ou d'éviter certaines émanations, qui sont à la fois désagréables et insalubres.

» Le coaltar, mêlé avec le savon et l'alcool dans des proportions convenables, devient une des substances les plus maniables de la matière médicale. Ce mélange peut être concentré ou étendu à volonté, on peut lui donner la forme solide ou le dissoudre. Sa grande solubilité dans l'eau chaude ou froide l'empêche de salir le corps, le linge, les vêtements.

» L'émulsion de coaltar pourra être employée en bains, et produire de bons résultats dans certaines maladies de la peau; en lotions et en fomentations sur le corps comme topique modificateur ou désinfectant. On pourra en imprégner des linges de corps, de literie, de pansements pour ceux des malades dont les excrétions ou les déjections produisent des émanations fétides. »

CHIRURGIE. — *Sur la pulvérisation des pierres dans la vessie;* par **M. Mercier.**

L'auteur, s'attachant principalement dans cette communication à discuter la validité des assertions mises en avant par *M. Heurteloup* dans un Mémoire lu à la séance du 26 novembre dernier, la Note est renvoyée à l'examen des Commissaires nommés pour l'examen de ce Mémoire.

(Commissaires, MM. Velpeau, J. Cloquet, Jobert de Lamballe.)

CHIMIE. — *Mémoire sur les silicates;* par **M. J. Lefort.**

(Commissaires, MM. Balard, Fremy.)

M. Pappenheim adresse une Note ayant pour objet d'établir qu'il a le premier, dans son travail imprimé sur la digestion, exposé la manière de séparer la *pepsine* de la *salivine*. Quand, à une époque postérieure, d'autres personnes ont donné cette découverte comme nouvelle et ont prétendu se l'attribuer, M. Pappenheim n'avait pas à sa disposition les pièces nécessaires pour appuyer une réclamation de priorité; aujourd'hui il envoie copie de deux pièces qu'il considère comme probantes et dont il prie l'Académie de vouloir bien prendre connaissance.

(Renvoi à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

M. Billiard, de Corbigny, qui avait précédemment soumis au jugement de l'Académie un travail ayant pour titre : « Établissement du phénomène de l'hématose », adresse aujourd'hui un supplément à ce travail.

(Renvoi à l'examen des Commissaires précédemment nommés : MM. Pelouse, Cl. Bernard.)

M. Delfrayssé envoie une addition à ses précédentes Notes sur certains dispositifs destinés à rendre possible l'usage de la plume ou du pinceau à des personnes privées de plusieurs doigts ou même de toute la main.

(Renvoi, comme les Notes précédentes, à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel présente au nom de l'auteur, *M. N. Basset*, un « Précis de chimie pratique ».

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance un ouvrage écrit en allemand « sur les propriétés des bois considérés au point de vue de la technologie et de la silviculture », par *M. H. Nordlinger*, professeur à l'Institution royale de Hohenheim (Wurtemberg).

M. Jaubert est invité à prendre connaissance de cet ouvrage et à en faire l'objet d'un Rapport verbal.

La Société de Géographie adresse des billets d'admission pour sa séance publique du 21 décembre.

M. **Poiseuille** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre dans le nombre des candidats pour la place vacante, dans la Section d'Anatomie et de Zoologie, par suite du décès de M. C. Duméril.

(Renvoi à la Section d'Anatomie et de Zoologie.)

M. **Peytier** adresse une semblable demande pour la place vacante, dans la Section de Géographie et de Navigation, par suite du décès de M. Daussy.

M. Peytier envoie en même temps une Note imprimée sur les travaux géographiques exécutés par lui.

(Renvoi à la Section de Géographie et de Navigation.)

ASTRONOMIE. — *Éléments elliptiques de la planète découverte par* M. Chacornac *le* 12 *septembre* 1860; *Note de* **M. Dubois.**

« Ces éléments sont basés sur les positions des 12, 19 et 25 septembre : on a tenu compte de la parallaxe et de l'aberration.

Époque 1860, septembre 25,0, temps moyen de Paris.

Anomalie moyenne.	21° 35′ 3″,33	
Longitude du périhélie	330° 41′ 42″	Équinoxe moyen de 1860,0.
Longitude du nœud ascendant . . .	166° 47′ 47″	
Inclinaison....	6° 24′ 40″	
Excentricité	0,225288 (angle = 13° 1′ 1″,37).	
Demi grand axe...............	2,635539	
Moyen mouvement diurne......	829″,284.	

M. Lapierre, commandant la frégate *l'Isis*, navire de l'État, qui revient de Taïti, annonce qu'il a apporté, d'après la demande de *M. Maury*, directeur de l'Observatoire de Washington, une série d'échantillons d'eau de mer prise à tous les degrés de longitude. Toutes les bouteilles, chacune de la contenance d'un litre, portent l'indication du lieu où l'eau a été puisée. M. Lapierre prie l'Académie de lui faire savoir si elle juge qu'une semblable collection puisse servir aux progrès de la science.

Il sera répondu à l'auteur que l'Académie recevrait ses échantillons d'eau de mer avec intérêt, et chargerait une Commission de les examiner.

M. Potel adresse, des Andelys, la Note qu'il avait précédemment annoncée concernant le problème de la trisection de l'angle.

(Renvoi à l'examen de M. Serret.)

M. Préclaire, auteur d'un Mémoire de géométrie descriptive présenté le 4 mai 1847, demande l'autorisation de reprendre ce travail qui n'a pas été l'objet d'un Rapport.

L'autorisation est accordée, et le Mémoire, conformément à la demande de l'auteur, sera remis à la personne qu'il désigne, quand elle se présentera au Secrétariat.

A 4 heures, l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Zoologie et d'Anatomie comparée présente, par l'organe de son doyen *M. Isid. Geoffroy-Saint-Hilaire*, la liste suivante de candidats pour la place vacante par suite du décès de *M. Duméril*.

En première ligne	M. **Blanchard**.
En deuxième.	M. **Gervais**.
En troisième.	M. **Martin Saint-Ange**.
En quatrième.	M. **Robin**.
En cinquième.	M. **Hollard**.
En sixième, ex æquo et par ordre alphabétique.	MM. **Gratiolet** et **Pucheran**.

Par deux votes successifs, au scrutin, sont adjoints à la liste :

M. **Longet**.

M. **Poiseuille**

Les titres des candidats sont discutés. L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 7 heures. É. D. B.
